Unidades Tecnológicas de Santander
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES E INGENIERÍAS
Programa Tecnología en Levantamientos Topográficos

Conversión de coordenadas geográficas a coordenadas planas, mediante el proceso de Coticchia - Surace

Jhonathan Aponte Saravia

Resumen

El uso de conversión de coordenadas geográficas a coordenadas planas, es un proceso muy frecuente y necesario en la manipulación de los datos espaciales, de tal modo que, es importante conocer los procesos matemáticos que se ejecutan en su transformación, siendo una de las aplicaciones más sencillas, la transformación de Coticchia - Surace. En este documento se muestra la aplicación de las ecuaciones de manera secuencial y didáctica, utilizando el programa R - Package, así mismo, se hizo la comparación de proyección de coordenadas geográficas a coordenadas planas, entre el modelo de Coticchia - Surace y el modelo calculado en el programa de Google Earth, en la que se revela una incertidumbre entre ambos modelos, cuyo valor fue 0.01 metros a un nivel de confianza del 95 %, donde se obtuvo mayor incertidumbre, en el eje de las ordenadas.

Keywords: Conversión de coordenadas geográficas a UTM, Ecuación Coticchia - Suarace.

1. Introducción

En la actualidad existen muchos datos que se encuentran en coordenadas geográficas, como es el caso, de las imágenes satetiltales, datos vectoriales, datos generados mediante técnicas directas, etc; sin embargo, existe la necesidad de hacer el proceso de transformación a coordenadas planas, para su procesamiento, y análisis, interpretación, presentación y comunicación efectiva de los objetos geográficos, en la que no afecta la curvatura de la tierra.

Estas transformaciones locales nos permite generar la abstracción de los objetos que se ubican en la naturaleza con mayor precision y detalle, haciendo que la información cartográfica sea más precisa, sin embargo, obtener dicha información es un proceso relativamente complejo, ya que los procesos de transformación de un modelo 3D a un modelo 2D, están sujetos a distorsiones, de forma, áreas, ángulo etc, en superficies extensas.

En la actualidad existen varios modelos matemáticos para realizar los procesos proyección de coordenadas geográficas a coordenadas planas (Negrete, 2012), proceso que es importante para generar información espacial de zonas cuya superficie no afecta la curvatura de la tierra, como por ejemplo: el método de Coticchia - Suarace (Fransico, 2018), que es un modelo matemático directo y sencillo publicado por Coticchia - Suarace en el "*Bollettino di geodesia e scienze affini*".

El modelo descrito en el párrafo anterior permite hacer la transformación muy precisa, cuyo error no supera el centímetro cuando los decimales son utilizado con suficiencia (Fransico, 2018; Negrete, 2012), de tal modo que, este método de transformación permite hacer mediciones de los objetos con alta precisión (Avendaño, 2017), así mismo, tiene potencial para hacer diseño de vehículos (robots) en la que ubiquen su posición con eficiencia en el espacio (Romero, 2015; Fransico, 2018).

Por otro lado, existen datos de acceso libre en la que describe el espacio geográfico de la tierra con alto nivel de detalle como por ejemplo: Google Earth, donde las imágenes son de alta resolución espacial, en la que nos permite observar los objetos de la superficie en detalle, además, estas imágenes permiten mostrar el modelo de terreno en 3D y estas imágenes están asociados a coordenadas geográficas y coordenadas UTM, siendo este programa con alto potencial para desarrollar aplicaciones múltiples desde el enfoque de la medida de la tierra y navegación sobre la superficie.

Empero, existe la incertidumbre de precisión de ubicación que muestra los datos de Google Earth, cuando es comparado con el modelo de proyección de Cotichia - Surace, de tal modo que, este reporte tiene el objeto de obtener el valor de la incertidumbre entre ambos métodos. Además, el propósito de este documento es que, ayude como guía en el proceso de conversión de coordenadas geográficas a coordenadas planas, utilizando el programa R Package, software de código abierto.

2. Consideraciones teóricas y método

2.1. Método

Para desarrollar los procesos de ejecución de la transformación de coordenadas geográficas a coordenadas UTM, se seleccionó un punto que se ubica en dentro de las instalaciones de las Unidades Tecnológicas de Santander, como se muestra en la (Figura 3.1), que se ubica en la cuidad de Bucaramanga, departamento de Santander, cuyas coordenadas geográficas indican lo siguiente:

- Latitud (φ): $= 7°6'18{,}42''N$
- Longitud (λ): $= 73°7'24{,}97''O$.

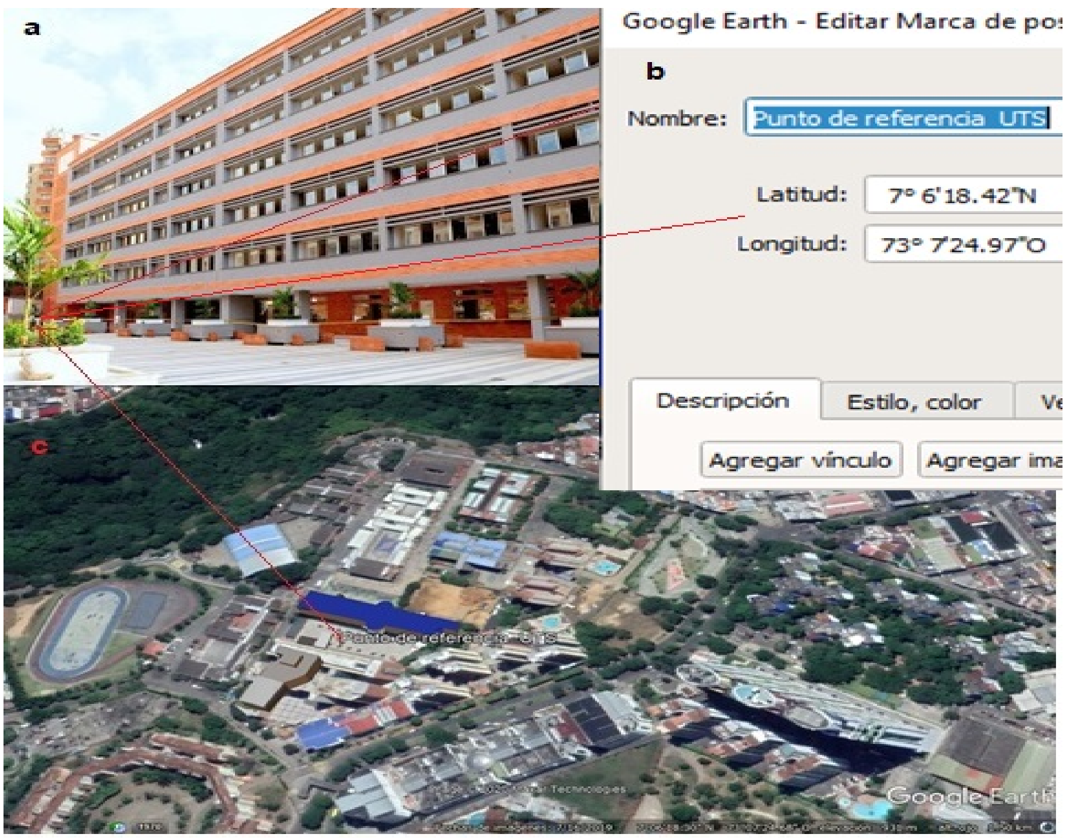

Figura 1: muestra la ubicación del punto de referencia en coordenadas geográficas; Unidades Tecnológicas de Santander.

Además, para el proceso se conversión de coordenadas se utilizó, como guía publicaciones como la de Delgado (2012), Avendaño (2017), Fransico (2018) en la que se encuentra las consideraciones previas y las ecuaciones de Coticchia - Surace, estas ecuaciones fueron ejecutadas en el programa R - Package, ya que este programa tiene alto potencial para hacer programación de las ecuaciones.

2.1.1. Cálculos previos

A continuación se muestran los cálculos para realizar el proceso de transformación de coordenadas geográficas a sistemas de coordenadas planas, para ello es importante considerar el sistema de referencia elipsoidal, en este caso consideramos el sistema de referencia de WGS_84 (Negrete, 2012).

Parámetros de elipsoide de referencia:

Primero seleccionamos los parámetros matemáticos de elipsoide de referencia:

- Semieje mayor de la elipse $''a'' = 6378137$ metros.
- Semieje menor de la elipse $''b'' = 6356752,314245$ metros.

Cálculos sobre la geometría del elipsoide:

Se intenta calcular la excentricidad mayor y menor aplicando la siguiente relación:

Hallando el valor de la excentricidad mayor.

$$\epsilon' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} = \frac{\sqrt{6378137^2 - 6356752,314245^2}}{6356752,314245} = 0{,}08209444 \quad (1)$$

Calculando el valor de la excentricidad menor al cuadrado:

$$\epsilon'^2 = 0{,}006739497 \quad (2)$$

Calculando el radio polar de la curvatura:

$$c = \frac{a^2}{b} = \frac{6378137^2}{6356752,314245} = 6399594 \quad (3)$$

Hallando el aplanamiento:

$$aplan = \frac{a-b}{a} = \frac{6378137 - 6356752,314245}{6378137} = 0{,}003352811 \quad (4)$$

Conversión de latitud y longitud en grados sexagesimales y radianes:

Para convertir los valores de latitud y longitud, en grados sexagesimales, se convierte en valores de minutos y segundos en conversión de grados mediante la siguiente relación:

Latitud (φ): $= 7°6'18{,}42''N$

$$\phi = 7°6'18{,}42'' = (7 + \frac{6}{60} + \frac{18{,}42}{3600}) = 7{,}105117 \quad (5)$$

Longitud (λ): $= 73°7'24{,}97''O$

$$\lambda = 73°7'24{,}97" = (73 + \frac{7}{60} + \frac{24{,}97}{3600}) = 73{,}1236 \tag{6}$$

Para realizar los procesos de conversión de los signos de latitud y longitud; para este proceso se entiende que la latitud tiene signo positivo (+), cuando el valor se encuentre por encima de la linea ecuatorial y tiene el signo negativo (-), cuando se encuentra el valor por debajo de la linea ecuatorial. Para el caso de la longitud, el valor es positivo (+) cuando punto se encuentra en el este de la linea de meridiano de greenwich, y se considera negativo (-) cuanto el punto se ubica en el oeste del meridiano de greenwich.

A partir de este criterio los valores de latitud y longitud tiene signo positivo y negativo respectivamente.

- Latitud (φ):= 7,105117
- Longitud (λ): $= -73{,}1236$

Para hacer el proceso de conversión de grados sexagesimales a radianes, al valor resultantes se multiplica por el valor de ($\Pi = 3,1415926535...$) y se divide entre 180, como se muestra en la siguiente expresión:

$$Latitud(\varphi) = (\frac{7{,}105117}{180}) * \Pi = 0{,}1240077 \tag{7}$$

$$Latitud(\lambda) = (\frac{73{,}1236}{180}) * \Pi = 1{,}276248 \tag{8}$$

Cálculo del huso:

Una vez obtenido, los valores de longitud en grados sexagesimales, se procede a calcular el uso (ubicación de zonas geográficas o zona UTM) donde se ubica las coordenadas geográficas a convertir, considerando que la tierra está dividida en 60 husos, para determinar esta ubicación aplicando la siguiente expresión:

$$Huso = (\frac{Longitud(sexag)}{6} + 31) = (\frac{-73{,}1236}{6} + 31) = 18{,}81279 \tag{9}$$

Del resultado se considera el valor positivo, es decir 18.

Una vez, obtenida el valor del uso, el siguiente paso es conseguir el valor central del meridiano del uso en el que se ubica las coordenadas geodésicas, sobre los operamos, para obtener este valor se utiliza la siguiente ecuación:

$$\lambda_0 = ((Huso * 6) - 183) = ((18 * 6) - 183) = -75 \tag{10}$$

Después de obtener el valor central del meridiano del huso, procedemos en calcular la distancia angular existente entre la longitud de un punto y el meridiano central del uso. Para obtener este valor es importante que se debe calcular en valores de radianes, utilizando la siguiente expresión:

$$\Delta\lambda = (\lambda - \lambda_0 * \frac{\Pi}{180}) = (1{,}276248 - 75 * \frac{\Pi}{180}) = 0{,}03274931. \tag{11}$$

2.1.2. Aplicaciones de ecuaciones de Coticchia - Surace

A continuación procedemos en calcular las ecuaciones que van vinculados de manera secuencial, en la que nos permite obtener los valores de algunos parámetros, aplicados por Coticchia - Surace. Las aplicaciones de estas ecuaciones nos permite obtener los valores de coordenadas geográficas en coordenadas planas (Delgado, 2012; Romero, 2015; Fransico, 2018).

$$A = cos(\varphi) * sin(\Delta\lambda) = cos(0{,}1240063) * sin(0{,}03274931) = 0{,}03249202 \tag{12}$$

$$\xi = \frac{1}{2} * ln[\frac{1-A}{1-A}] = \frac{1}{2} * ln[\frac{1-0{,}03249202}{1-0{,}03249202}] = 0{,}03250346 \tag{13}$$

$$\eta = arctan(\frac{tan(\varphi)}{cos(\Delta\lambda)} - \varphi) = arctan(\frac{tan(0{,}1240063)}{cos(0{,}03274931)} - 0{,}1240063) = 6{,}584941e-05 \tag{14}$$

$$\nu = \frac{c}{\sqrt{(1+\epsilon'^2 * cos^2(\varphi))^(0{,}5)}} * 0{,}9996 \tag{15}$$

$$\nu = \frac{6399594}{\sqrt{(1+0{,}006739497 * cos^2(0{,}1240063))^(0{,}5)}} * 0{,}9996 = 6375912$$

donde 0.9996, es el factor de escala de la proyección a UTM (Gabriel Ortiz, 2010).

$$\zeta = \frac{\epsilon'^2}{2} * \xi^2 * cos^2(\varphi) = \frac{0{,}006739497}{2} * 0{,}03250346^2 * cos^2(0{,}1240063) = 3{,}505588e-06 \tag{16}$$

$$A_1 = sin(2*\varphi) = sin(2*0{,}1240063) = 0{,}2454805 \tag{17}$$

$$A_2 = A_1 * cos^2(\varphi) = 0{,}2454805 * cos^2(0{,}1240063) = 0{,}2417249 \tag{18}$$

$$J_2 = (\varphi + \frac{A_1}{2}) = (0{,}1240063 + \frac{0{,}2454805}{2}) = 0{,}2467479 \tag{19}$$

$$J_4 = (\frac{3*J_2 + A_2}{4}) = (\frac{3*0{,}2467479 + 0{,}2417249}{4}) = 0{,}2454922 \tag{20}$$

$$J_6 = \frac{5*J_4 + A_2 * cos^2(\varphi)}{3} = \frac{5*0{,}2454922 + 0{,}2417249 * cos^2(0{,}1240063)}{3} = 0{,}4884958 \tag{21}$$

$$\alpha = (\frac{3}{4} * \epsilon'^2) = (\frac{3}{4} * 0{,}00669438) = 0{,}005054623 \quad (22)$$

$$\beta = \frac{5}{3} * \alpha^2 = \frac{5}{3} * 0{,}005054623^2 = 4{,}258202e - 05 \quad (23)$$

$$\gamma = (\frac{35}{27} * \alpha^3) = (\frac{35}{27} * 0{,}005054623^3) = 1{,}674058e - 07 \quad (24)$$

$$B_0 = (0{,}9996 * c * (\varphi - \alpha * J_2 + \beta * J_4 - \gamma * J_6)) \quad (25)$$

$B_0 = (0{,}9996 * 6399594 * (0{,}1240063 - 0{,}005054623 * 0{,}2467479 + 4{,}258202e - 05 * 0{,}2454922 - 1{,}674058e - 07 * 0{,}4884958))$
$B_0 = 785369{,}2$

2.1.3. Cálculo final coordenadas UTM

Después de haber ejecutado las ecuaciones anteriores, el siguiente paso consiste en ejecutar las ecuaciones para obtener los valores en coordenadas planas UTM, aplicando la siguiente expresión:

La coordenada asociado al eje "X".

$$X = (\xi * \nu(1 + \frac{\zeta}{3}) + 500000) \quad (26)$$

$X = (0{,}03250346 * 6375912(1 + \frac{3{,}505588e - 06}{3}) + 500000) = 707239{,}4$

La coordenada asociado al eje "Y".

$$Y = \eta * \nu * (1 + \zeta) + B_0 \quad (27)$$

$Y = 6{,}584941e - 05 * 6375912 * (1 + 3{,}505588e - 06) + 785369{,}2 = 785789{,}0$

En el caso de que la coordenada geográfica se ubique en el hemisferio sur, se adiciona a al eje de las ordenadas el valor de -10000000 para obtener el valor de la coordenada plana (Diaz y Romero, 20015).

2.1.4. Comparando las coordenadas valores de coordenadas

El mismo punto, cambiando las coordenadas en sistemas del referencia en el Google Earth, cuyo sistema de referencia elipsoidal es el mismo con el modelo calculado, se obtiene los siguientes valores como se muestra en la (Figura 3.2), cuyas coordenadas son las siguientes:

- Valores en el eje $''X'''$ es equivalente a 707239.43

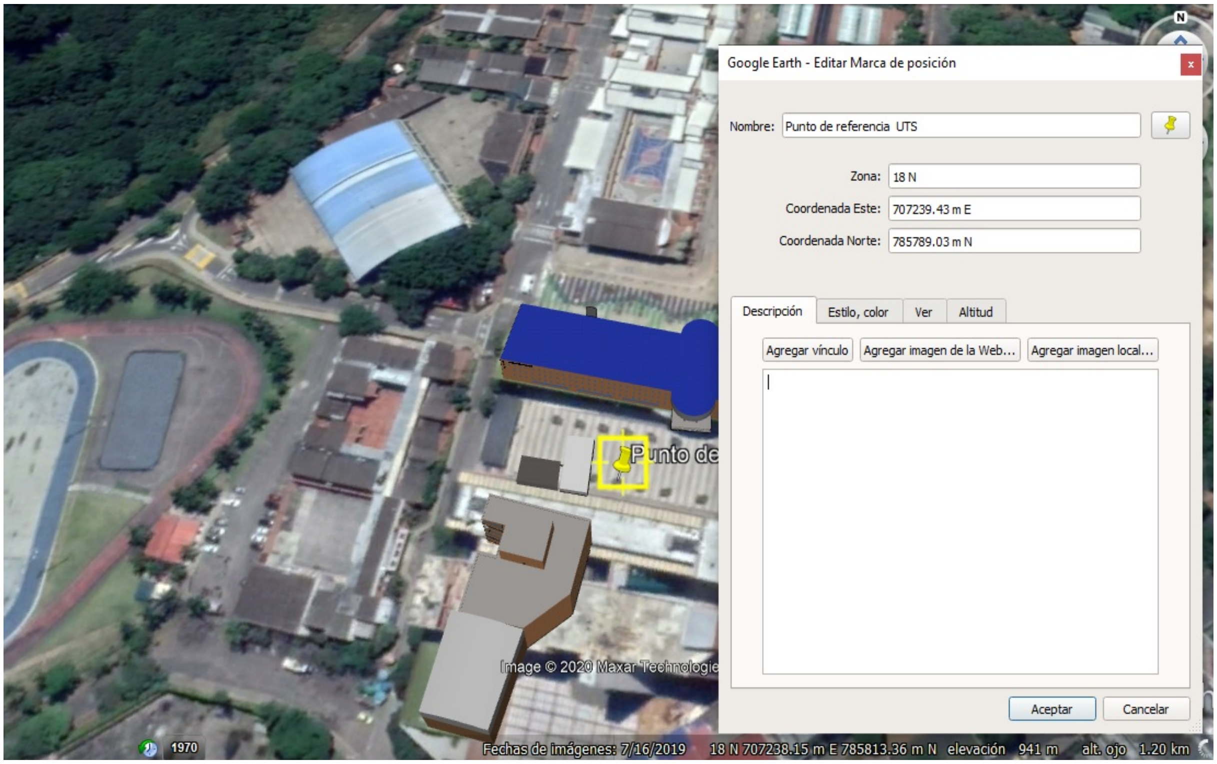

Figura 2: indica la ubicación del punto de interés en coordenadas UTM; zona 18N, Unidades Tecnológicas de Santander.

- Valores en el eje $''Y'''$ es equivalente a 785789.03

Calculando la diferencia de valores utilizando el método de Cotichia - Suarace con los valores que indica mediante la transformación desarrollada por Google Earth.

Hallando la diferencia de los valores en el eje X

$$\Delta X = X - X' = 707238{,}4 - 707239{,}43 = 0{,}002 metros \tag{28}$$

Hallando la diferencia de los valores en el eje Y

$$\Delta Y = Y - Y' = 785789. - 785789{,}03 = 0{,}007 metros \tag{29}$$

Hallando el error absoluto al 95 %

$$Error95\,\% = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} * 1{,}7308 = \sqrt{0{,}002^2 + 0{,}007^2} * 1{,}7308 = 0{,}01 metros \tag{30}$$

3. Resultados y discusiones

De la comparación del modelo de conversión de coordenadas geográficas a coordenadas planas, mediante el método de Coticchia - Surarce con los modelos utilizados en la transformación de coordenadas en el programa de Google Earth muestran alta correlación, generando una incertidumbre de 0.1 metros a un nivel de confianza del 95%, revelando mayor incertidumbre en el eje vertical.

Nuevamente se reafirma que este método de transformación de coordenadas es muy preciso, como lo menciona Negrete (2012), Avendaño (2017) y Fransico (2018). De tal modo, que es posible utilizar este método en aplicaciones de navegación precisa y las imágenes de Google Earth ayudaría de manera significativa cuando se integra ambos datos, sobre todo en esta zona donde se realizó el proceso de verificación.

4. Conclusiones

Comparando las transformaciones entre el método de Coticchia - Surace, y el modelo utilizado en el programa Google Earth, ha revelado una incertidumbre de 0.01 metros de diferencia al 95% de confianza, mostrando alta coincidencia entre ambos modelos, de tal modo que, el método tiene alto potencial para realizar verificaciones de ubicación de los objetos que se encuentran en las imágenes de Google Earth.

Referencias

Marco Antorio Aduviri Avendaño. Influencia del factor escala en estación total georefenciado en el tramo km 3+000 al 8+000 de la carretera puno tiquillaca del distrito de puno - puno. Master's thesis, Universidad Andina Nestor Caceres Velasquez, 2017.

Ninoska Cabrera Delgado. Tratamiento integral de datos en una flota de derivadores lagrangianos. pages 1–89, 2012.

José Manuel Casla Fransico. Aplicaciones de las nuevas tecnologias geomáticas en la agricultura: Programa agrisoft. Master's thesis, Universidad de Salamanca; Escuela Politecnica Superior de Avila, 2018.

Aldo Figueroa Negrete. Desarrollo de una herramienta de software para el disño de aeropuertos basada en el anexo 14. Master's thesis, Instituto Politecnico Nacional, Escuala Superior de Ingenieria Mecanica y Electrica, 2012.

Cesar Agusto Díaz Celis; Cesar Agusto Romero. Robot aplicado a la medición de áreas usando gps. *Vision Electronica*, 9(2):206–2014, 2015. ISSN 0016–7622. doi: https://doi.org/10.14483/22484728.11029.

5. Anexos

```
#Proceso desarrollado en R packages

#Convertir las coordenadas geográficas a UTM,
#utilizando el método de Coticchia - Surace.

#Datos de coordenadas geográficas
# longitud (73° 7'24.97"O)
# Latitud (  7° 6'18.42"N)

#Datos de semieje mayor y semieje menor
# WGS84

#semiejemayor(a) = 6378137
#semiejemenor(b) = 6356752.3142
a <- (6378137)
a
b <- (6356752.31424)
b

# Hallando la excentricidad
excentr <- (((a)^2-(b)^2)^0.5/b)
excentr

# Hallando excentricidad al cuadrado
e <-(excentr)^2
e

# Hallando radio polar de la  curvatura
c <- (((a)^2)/b)
c

# Hallando el aplanamiento
aplan <- (a-b)/(a)
aplan

# Conversión de latitud y longitud en radianes
# Longitud (73° 7'24.97"O)
# Latitud (  7° 6'18.42"N)

long <- (73+(7/60)+((24.97)/3600))
long
lat <- (7+(6/60)+(18.42/3600))
lat

#Conversión de latitud y longitud en radianes
longr <- long*(pi/180)
longr
latr <- lat*(pi/180)
latr
```

```
# Cálculo de los signos latitud y longitud.
#valores positivos longitud cuando se escribe como este "E" "(+)"
#Latitud norte, tiene valor positivo, "N" es "(+)"

# Valores negativos longitud oeste "O" es (-)
#                      Latitud Sur "S" es (-)

signlong <-(long*(-1))
signlong
signlat <-(lat*(1))
signlat

# Cálculo del huso

huso <- ((signlong/6)+31)
huso

# Hallando el meridiano central del huso, se usa el valor entero del uso.
# poner el valor entrro del huso.
lamda1 <- ((18*6)-183)
lamda1

# Distancia angular entre la longitud de un punto y el meridiano.
# Se pone signo negativo por la ubicación de la longitud en radianes
distang <- (-longr - (lamda1*(pi/180)))
distang

# Cálculo de los parametros de la ecuación de Coticchia-Surace
#
A <- (cos(latr)*sin(distang))
A

#
Xi <- (0.5*log((1+A)/(1-A)))
Xi

#
eta <- (atan((tan(latr))/(cos(distang)))-latr)
eta

#
nu <-((c)/(1+e*(cos(latr)^2))^0.5*0.9996)
nu

# Donde 0.9996 es un valor de factor.
zeta <- (e/2)*Xi^2*(cos(latr))^2
zeta
#
A1 <-sin(2*latr)
```

```
A1
#
A2 <- A1*(cos(latr))^2
A2
#
j2 <- (latr + (A1/2))
j2
#
j4 <- ((3*j2+A2)/4)
j4
#
j6 <- ((5*j4+A2*(cos(latr))^2)/3)
j6
#
alfa <-((3/4)*e)
alfa
#
beta <-((5/3)*(alfa)^2)
beta
#
gama <- ((35/27)*(alfa)^3)
gama
#
Bo <-(0.9996*c*(latr-(alfa*j2)+(beta*j4)-(gama*j6)))
Bo

# Hallando  los valores de las coordendas
X <- ((Xi*nu*(1+(zeta/3))) +500000)
X

Y <- (eta*nu*(1+zeta))+Bo
Y

#Hallando la diferencia de valores con los valores de Google Earth
Xg <- 707239.43
Yg <- 785789.03

dX <- abs(X-Xg)
dX
#
dy <- abs(Y-Yg)
dy

# Hallando el error de la distancia absoluta.
Error <- (((dX)^2+(dy)^2)^0.5)*1.7308
Error
```